تکامل نقش‌های هندسی در فرش ایرانی

قاسم حسین‌قنبری
دبیر ریاضی سمنان

مقدمه

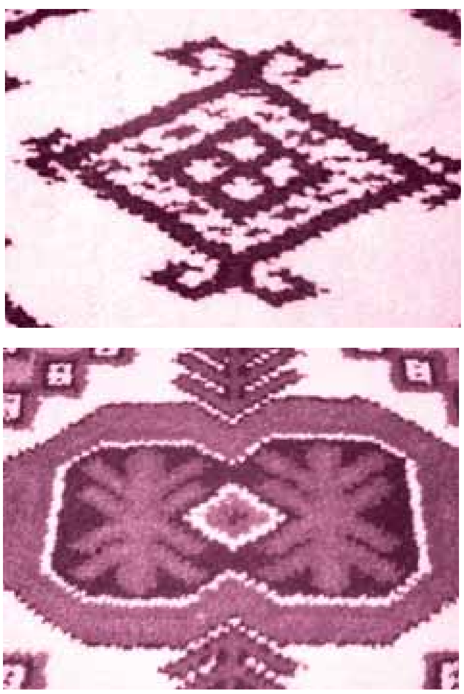
فرش را می‌توان از جنبه‌های متفاوت بررسی کرد؛ از جمله جنس تار و پود، طرح، بافت و... طرح فرش را نیز که موضوع کار ماســـت، می‌توان از نظر تاریخ، رنگ، منحنی‌ها و... بررسی کرد که ما در اینجا فقط به بررسی منحنی‌های آن از جنبهٔ ریاضی می‌پردازیم. به عبارت دیگر، طرح یک فرش را به عنوان یک مجموعه از منحنی‌های ریاضی در نظر می‌گیریم و قصد داریم تکامل این نقش‌ها را تا حد ممکن نشان دهیم.

مقدمه

در طرح فرش‌های ایرانی نقوش مختلفی وجود دارد. بسیاری از این نقوش، هندسی می‌باشند. لوزی، مربع، مستطیل، ترنج و... از جمله این نقوش هستند که برخی با پاره‌خط و برخی با منحنی طراحی شده‌اند. سؤالاتی که مطرح می‌گردد این است که آیا با گذر زمان پاره‌خط‌ها به منحنی تبدیل شـــده‌اند و یا اینکه در نقوش روستایی از پاره‌خط و در نقوش شهری از منحنی استفاده شده است؟ آیا اصلاً چنین تکاملی وجود داشته است؟ پاسخ به این ســـؤالات جنبه تاریخی دارد. ولی ما در این مقاله به وجود چنین مسئله‌ای می‌پردازیم. یعنی اینکه در نقوش فرش ایرانی هندسه‌ای بسیار زیبا از منحنی وجود دارد که به زبان ریاضی امروز قابل بیان است. البته در وجود هندسه‌ای با خطوط شکسته و پاره‌خط مسائل حل شده است.

خطوط شکسته

در بســـیاری از فرش‌ها طرح‌های ساده‌ای وجود دارند که فقط با خط شکسته به‌وجود آمده‌اند. این طرح‌ها در عین زیبایی به سادگی قابل ترسیم هستند.



شکل ۱. نقش‌های خط شکسته

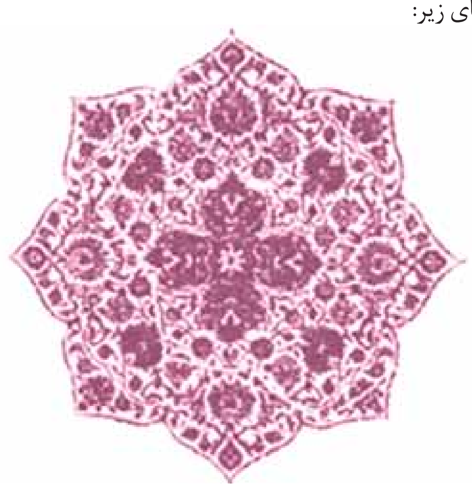
این نقش‌ها می‌توانند نقش‌های ســادهٔ هندسی باشند و یا اینکه طرح‌هایی انتزاعی باشند که از روی حیوانات به‌دست آمده‌اند. این‌گونه نقش‌ها که برخی متقارن و برخی نامتقارن‌اند، در عین ســادگی زیبا هستند و شاید بتوان گفت بیشتر در فرش‌های روستایی وجود دارند.

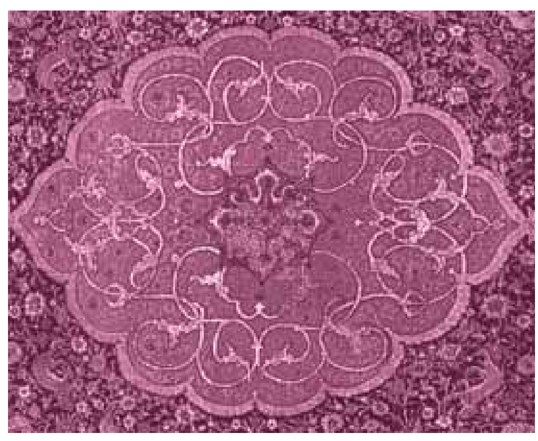
منحنی‌ها

اما در بسیاری از فرش‌های دیگر، از جمله فرش **شیخ لطف‌الله** و فرش **شیخ صفی‌الدین اردبیلی**، طرح‌ها بیشتر با منحنی به‌وجود آمده‌اند. در این طرح‌ها اندازه‌ها و نســبت‌ها بســیار حســاب شده و دقیق‌اند و به عبارت دیگر، از هندســهٔ پیشرفته‌تری برخوردارند. این فرش‌ها به فرش‌های شــهری یا درباری شهرت دارند. اما منحنی‌ها را نیز می‌توان به دو گروه بسته و باز تقسیم کرد.

۱. منحنی‌های بسته یا ترنج

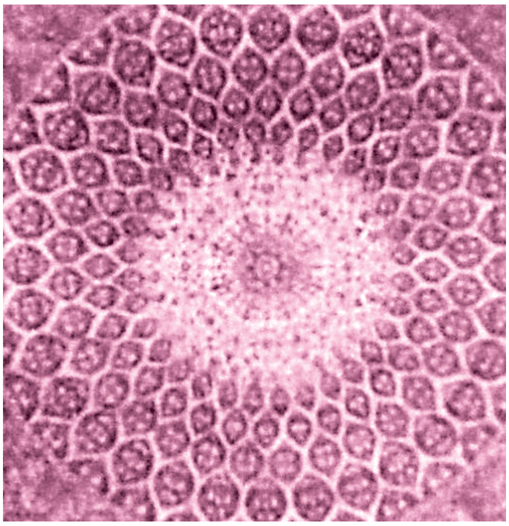
منحنی بســته به آن منحنی گفته می‌شود که صفحه را به سه قســمت جدا از هم تقسیم کند. به آن ترنج نیز می‌توان گفت. مانند نمونه‌های زیر:





شکل ۲. چند نوع ترنج

و نیز کامل‌تر آن‌ها ترنج مسجد شیخ لطف‌الله یا فرش شیخ لطف‌الله.



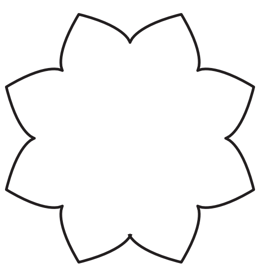
شکل ۳. فرش شیخ لطف‌الله

در زبان ریاضی می‌توان ترنج را نمودار یک تابع در نظر گرفت که در دســتگاه قطبی[1] رسم شده است. اما سؤال این است که: ضابطه یا فرمول این تابع چیست؟

نگارنده در مقالهٔ «مدل ریاضی ترنج و طرح ســقف مسجد شیخ لطــف‌الله» فرمول تابعی را ارائه کرد کــه نمودار ترنج‌های متفاوت را رسم می‌کند و به‌صورت زیر است[2]:

$$T(x) = R + \operatorname{Arcsin}\left(2\left(\left|\frac{k}{\pi}x - 2\left[\frac{(\frac{k}{\pi}x + 1)}{2}\right]\right| - \frac{1}{2}\right)\right) \quad (1)$$

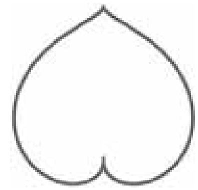
با این تابع که به آن «تابع طلایی» می‌گوییم، ترنج‌های متفاوتی را می‌توانیم رسم کنیم.



شکل ۴. نمایش ترنج رسم شده با تابع T

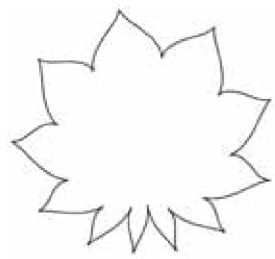
دلیل انتخاب نام تابع طلایی آن اســت که این تابع در کنار سایر تابع‌هــا مجموعه‌ای بســیار زیبا و کامل از ترنج‌ها را رســم می‌کند. همچنین برخی از این ترنج‌ها با تغییر K و R به‌وجود می‌آیند.

۱. نمودار با R=۲ و K=۱ (شکل ۵)



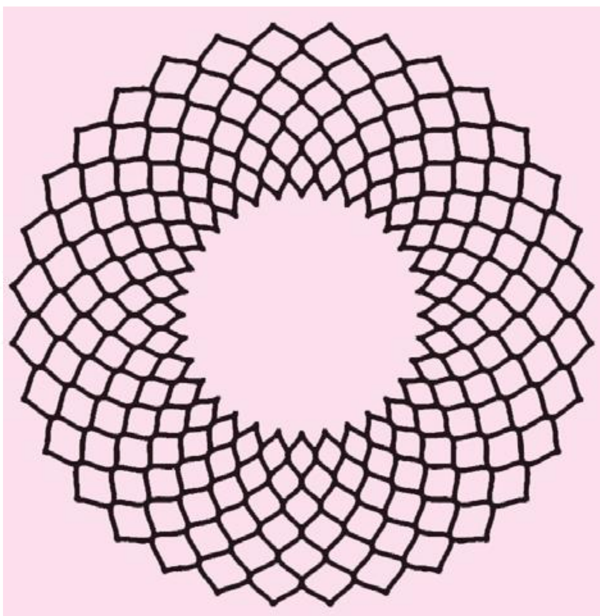
شکل ۵. نمایش ترنج رسم شده با تابع T

۲. نمودار در ترکیب با سایر توابع (شکل ۶)



شکل ۶. نمایش ترنج رسم شده با تابع T

در ضمن به کمک این تابع ترنج‌های متداخل، از جمله ترنج شیخ لطف‌الله را نیز رسم می‌کنیم.



شکل ۷. ترنج شیخ لطف‌الله بازسازی شده با تابع T

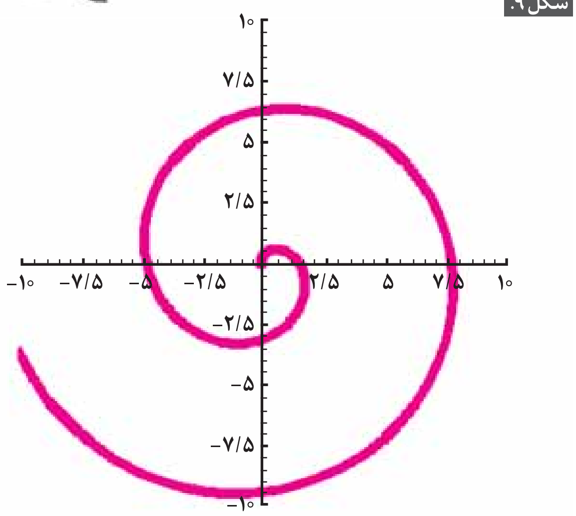
۲. منحنی‌های باز

این نوع از منحنی‌ها صفحه را به دو قسمت تقسیم می‌کنند. در نقش‌های ایرانی به آن‌ها معمولاً «افشـــانه» یا «اسلیمی» می‌گویند و بین ریاضی‌دان‌ها به «پیچ ارشمیدس» معروف است.

شکل ۸.

در صورتی‌که فقط منحنی‌های بـــاز یک چهارم فرش را در نظر بگیریم، شـــکل ۹ را خواهیم داشت که از ترکیب چند افشانه درست شده است.

شکل ۹.



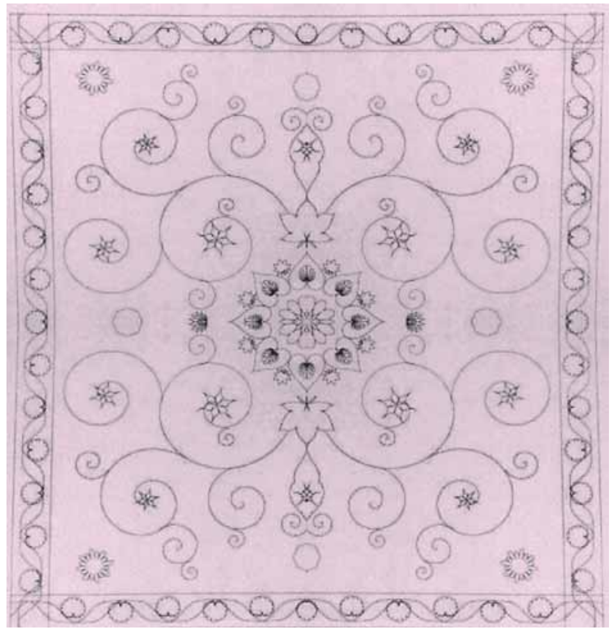
شکل ۱۰.

شـــکل اصلی این افشانه همان پیچ ارشمیدس است که در شکل ۱۰ وجـــود دارد. رابطهٔ ریاضی این منحنی به صـــورت پارامتری در صفحه به این صورت است:

$$H(x) = (x\sin(x), x\cos(x)) \qquad (۲)$$

اگـــر این دو نوع منحنی را با هم بـــه‌کار گیریم، تقریباً می‌توانیم

منحنی‌های یک فرش را کامل کنیم. این توضیح ضروری اســـت که هدف ما طراحی فرش نیســـت، بلکه نشـــان دادن عظمت و بزرگی نقش‌های فرش ایرانی است که واقعاً جای شگفتی دارد.

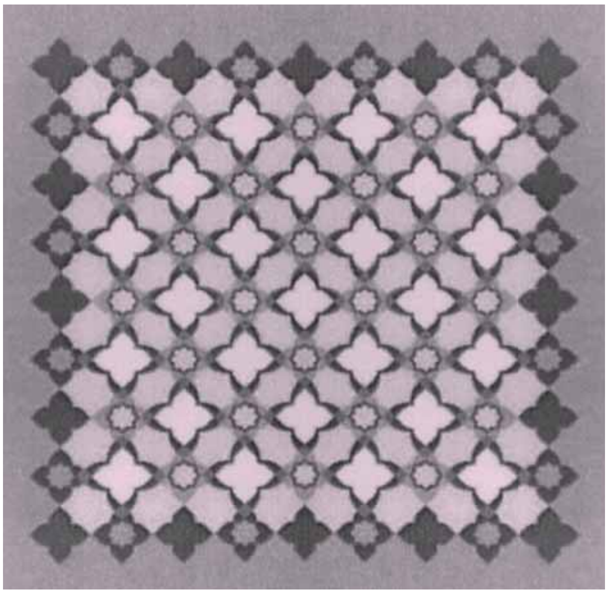


شکل ۱۱.

بعد از طراحی منحنی‌ها بحث رنگ‌آمیزی مطرح می‌شـــود که شکل ۱۲ نمونه‌ای از این کار را نشان می‌دهد [قنبری قاسم و دانشگر، ۱۳۸۸].

شکل ۱۲. فرش ساده طراحی شده با توابع طلایی و پیچ ارشمیدس

شکل ۱۳ نمونه‌ای دیگر از این کار است که با الهام از نقش‌های مسجد جامع عتیق اصفهان رسم شده است.



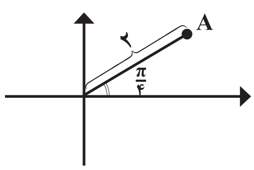
شکل ۱۳.

نتیجه‌گیری

هـــر چند هدف ما طراحی مجدد نقش‌های ایرانی نیســـت، ولی بـــا این روش می‌توان طرح‌های بســـیاری زیبا و مدرنی طراحی کرد. از ســـوی دیگر می‌توان با ایـــن روش پلی بین دنیای ریاضی و دنیای نقش‌های ایرانی ایجاد کرد تا هر دو طرف بتوانند از یکدیگر استفاده کنند و به غنای یکدیگر یاری رسانند.

پی‌نوشت

۱. دستگاه مختصات قطبی دستگاهی هندسی است که در آن هر نقطه دارای دو مؤلفه است و مؤلفهٔ اول (R) فاصلهٔ آن نقطه تا مبدأ مختصات و مؤلفهٔ دوم زاویه‌ای است که پاره‌خط واصل بین آن نقطه و مبدأ مختصات با محور xها در جهت مثبت مثلثاتی می‌سازد (θ). مثلاً در شکل مقابل، نقطهٔ $(۲, \frac{\pi}{۴})$ رسم شده است:



۲. منظـــور از تابع $\mathrm{Arcsin}x$، وارون تابع $\sin x$ اســـت. تابـــع $y=\sin x$ در بازهٔ $\left[-\frac{\pi}{۲}, \frac{\pi}{۲}\right]$ یک‌به‌یک و وارون‌پذیر اســـت و وارون آن را با نماد $\mathrm{Arcsin}x$ یا $\sin^{-۱}(x)$ نمایش می‌دهیم.
برای مثال داریم:

$$\sin(\frac{\pi}{۳}) = \frac{\sqrt{۳}}{۲} \Rightarrow \mathrm{Arc}\sin(\frac{\sqrt{۳}}{۲}) = \frac{\pi}{۳}$$

منابع

۱. قنبری قاســـم، حســـین (۱۳۸۳). «مدل ریاضی طرح ترنج و طرح سقف مسجد شیخ لطف‌الله». کنفرانس ریاضی اهواز.
۲. حســـین قنبری قاسم، حســـین و دانشـــگر، پری (۱۳۸۸). «توابع زیبا در فرش‌های زیبا». رشد آموزش ریاضی. شمارهٔ ۹۶. تابستان.